

## TD Etude des SLCI

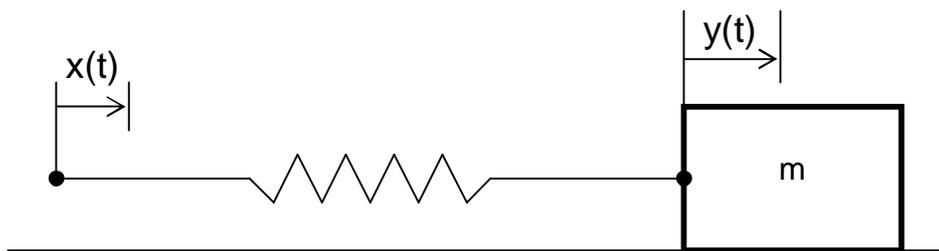
### Exercice 1. Etude d'un système masse ressort

Problème posé : On retrouve souvent dans les mécanismes des systèmes composés d'une masse et d'un ressort (amortisseur de voiture, accéléromètre...).

On se propose de déterminer le comportement de ce système en réponse à des sollicitations en utilisant la Transformée de Laplace.

Soit le système suivant constitué d'une masse  $m$  posé sur le sol est d'un ressort de raideur  $k$ .

A  $t = 0$ , le système est au repos.



#### Cas sans frottement

Dans un premier temps, on néglige les frottements.

L'équation de fonctionnement (tirée du principe fondamental de la dynamique) est :

$$m \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = k \cdot (x(t) - y(t)) .$$

#### Questions

1. Déterminer la fonction de transfert du système  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$ .
2. On sollicite ce système avec une impulsion  $x(t) = \delta(t)$ , en déduire  $y(t)$  et donner son allure.
3. On sollicite ce système avec un échelon unitaire  $x(t) = u(t)$ , en déduire  $y(t)$ .

#### Cas avec frottements faibles

Les frottements ne sont plus négligés,  $\lambda$  est le coefficient de frottement (en  $\text{N/m}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

L'équation de fonctionnement devient :  $m \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = k \cdot (x(t) - y(t)) - \lambda \cdot \frac{dy(t)}{dt}$ .

On donne les valeurs numériques suivantes :  $k = 5 \text{ N/m}$  ;  $\lambda = 2 \text{ N/m.s}^{-1}$  ;  $m = 1 \text{ kg}$ .

### Questions

4. Déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$ , faire l'application numérique.
5. Déterminer et tracer la réponse de ce système à une impulsion.

### Cas avec frottements importants

Les frottements sont plus importants, on a  $\lambda = 5 \text{ N/m.s}^{-1}$  ;  $m = 1 \text{ kg}$  ;  $k = 6 \text{ N/m}$

6. Déterminer et tracer la réponse de ce système à une impulsion.

### Exercice 2.

1. Soit le système dont le comportement est défini par l'équation différentielle

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 8 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 25 \cdot s(t) = 2 \cdot e(t)$$

Déterminer la réponse de ce système à une impulsion.

2. Soit le système défini par la fonction de transfert  $H(p) = \frac{3}{p^2 + 12 \cdot p + 32}$ , déterminer la réponse temporelle de ce système à un échelon unitaire.

3. Soit la fonction  $S(p) = \frac{p + 6}{p^2 + 8 \cdot p + 8}$ , déterminer  $s(0)$ ,  $s(\infty)$  et  $s'(0)$  en utilisant les théorèmes des valeurs initiales et finales.

### Exercice 3.

Tracer et donner les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

1.  $e_4(t) = u(t-2)$
2.  $e_5(t) = 3 \cdot u(t) - 2 \cdot u(t-2)$
3.  $e_6(t) = (t-3) \cdot u(t-3)$
4.  $e_7(t) = 2 \cdot u(t) - t \cdot u(t) + (t-3) \cdot u(t-3)$